Меркулов Павел Александрович
Подписан: Меркулов Павел Александрович
DN: C=RU, S=Орловская область, L=пгт. Орел, T=Директор, O=""СРЕДНЕРУССКИЙ ИНСТИТУТ УПРАВЛЕНИЯ - ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ""РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ""", OU="ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ""РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ""", CN="СНИЛС=00492216056, ИНН=575200486423, E=mail@ranepa.ru, G=Павел Александрович, SN=Меркулов
Основание: я подтверждаю этот документ своей удостоверяющей подписью
Местоположение: Среднерусский институт управления

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
Среднерусский институт управления - филиал
ФАКУЛЬТЕТ «Факультет технологий, товароведения и сервиса»
КАФЕДРА «Математики и информационных технологий»

УТВЕРЖДЕНА
кафедрой «Математики и информационных технологий»
Протокол от «28» августа 2023 г.
№ 1

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.05 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Направление подготовки 39.03.01 Социология
Профиль подготовки: «Общая социология»
Квалификация: бакалавр
Форма обучения: очная
Год набора: 2023

2023 г.

Автор-составитель: кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры «Математики и информационных технологий» И.В. Гайдамакина

И. о. заведующего кафедрой «Математики и информационных технологий» доктор экономических наук, доцент Л.И. Малявкина

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 4
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы .. 5
3. Содержание и структура дисциплины 6
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине 8
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины . 42
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине 45
6.1. Основная литература 44
6.2. Дополнительная литература..... 46
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы 45
6.4. Интернет-ресурсы 45
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы..... 46

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Дисциплина Б1.О.05 «Высшая математика» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

ОПК-1 – способен применять современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности социолога.

Этапы освоения компетенций

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенций	Наименование этапа компетенции
ОПК - 1	способен применять современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности социолога	ОПК - 1.1	применяет информационно-коммуникационные технологии для поиска, обработки, консолидации, архивации профессиональной информации, с учетом принципов информационной и библиографической культуры и информационной безопасности..

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Результаты освоения компетенций

ОТФ	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
	ОПК - 1. 1	-Сформированы знания определений, теорем основных разделов высшей математики; -знания о подходах к решению задач из основных разделов высшей математики; -Сформированы умения преобразования словесного материала в математические выражения; -Сформированы навыки использования современных математических методов исследований для решения профессиональных задач; - навыки оценки применимости средств формального представления для различных социальных объектов

2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы

Объем дисциплины

Вид учебных занятий и самостоятельная работа		Объем дисциплины (модуля), час.								
		Всего	Семестр (триместр), курс							
			1	2	3	4	5	6	7	8
Контактная аудиторная работа обучающихся с преподавателем, в том числе:		72	72							
лекционного типа (Л)		36	36							
лабораторные работы (практикумы) (ЛР)										
практического (семинарского) типа (ПЗ)		36	36							
контролируемая самостоятельная работа обучающихся (КСР)										
контактная внеаудиторная работа, в т.ч. проводимая в электронной информационно-образовательной среде (КВР)										
Самостоятельная работа обучающихся (СР) (с частичным применением ДОТ)		81	81							
Промежуточная аттестация	форма	Экзамен	Экзамен							

	час.	27	27							
Общая трудоемкость	(час./з.е.)	180/5	180/5							

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «**Высшая математика**» относится к обязательной части (Б1.О.05) подготовки бакалавров по направлению 39.03. 01 «Социология» профиль «Общая социология».

Освоение дисциплины опирается на минимально необходимый объем знания по математике в рамках общеобразовательной школьной программы. Требования к входным знаниям и умениям студента: знание элементарной математики, алгебры, геометрии, свойств элементарных функций.

Дисциплина «Высшая математика» является предшествующей для дисциплин: Б1.О.14 «Экономическая теория»; Б1.О.12 «Теория вероятностей и математическая статистика»; Б1.О.18 «Методы прикладной статистики для социологов»; Б1.О.15 «Современные информационные технологии в социальных науках».

3. Содержание и структура дисциплины

Структура дисциплины

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, час.						Форма текущего контроля успеваемости, промежуточ-ной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
1	Линейная алгебра	21	6		4		11	О1, Т1
2	Векторы на плоскости и в пространстве	18	4		4		10	О2, Т2
3	Аналитическая геометрия	20	5		5		10	О3, Т3
4	Введение в анализ	18	5		3		10	О4, Т4
5	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	16	3		3		10	О5, Т5
6	Приложения производной к исследованию функций и	19	3		6		10	О6, Т6

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, час.						Форма текущего контроля успеваемости, промежуточ-ной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
	построению графиков							
7	Интегральное исчисление.	21	5		6		10	О7, Т7
8	Анализ функций многих переменных.	20	5		5		10	О8, Т8
Промежуточная аттестация		27						Экзамен
Всего:		**180**	**36**		**36**		**81**	

Примечание. Форма текущего контроля успеваемости: опрос (О), тестирование (Т), контрольная работа (КР).

Содержание дисциплины

Тема 1. Линейная алгебра

Матрицы. Классификации матриц. Действия над матрицами. Определители и их свойства. Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений матричным способом. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса и по формулам Крамера. Приложение линейной алгебры к экономическим задачам.

Тема 2. Векторы на плоскости и в пространстве

Коллинеарность, компланарность векторов. Линейные операции над векторами. Арифметические векторы и действия над ними. Линейная зависимость и независимость.

Тема 3. Аналитическая геометрия

Прямоугольная декартова система координат. Различные виды уравнений прямой. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых. Уравнения плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.

Тема 4. Введение в анализ

Понятие множества, классификация множеств, операции над множествами. Понятие функции. Область определения, множество значений. Способы задания функций. Основные свойства функций. Предел функции в точке и в бесконечности. Основные теоремы о пределах. Непрерывность функции в точке и на промежутке.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной Понятие производной. Основные правила и формулы дифференцирования. Производные высших порядков. Использование понятия производной в экономике. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Тема 6. Приложения производной к исследованию функций и построению графиков

Монотонность функции. Экстремумы функций. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклость графика функции, точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения графика.

Тема 7. Интегральное исчисление.

Неопределенный интеграл. Первообразная и ее свойства. Основные методы интегрирования. Определенный интеграл и его приложения. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования.

Тема 8. Анализ функций многих переменных.

Понятия функции нескольких переменных. Линии уровня. Частные производные функции и полный дифференциал. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума. Условный экстремум. Нахождение условного экстремума методом множителей Лагранжа. Метод наименьших квадратов.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины «Высшая математика» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

– при проведении занятий лекционного типа: опрос;

– при проведении лабораторных работ: проверка выполненного задания, проверка отчета о лабораторной работе;

– при проведении практических занятий: опрос, проверка выполненного задания, тестирование.

4.1.2. Экзамен проводится с применением следующих методов (средств):

Экзамен по дисциплине «Высшая математика» проводится в письменной форме виде тестирования.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.

Типовые оценочные материалы по теме

Вопросы для подготовки к опросу:

Тема 1. Линейная алгебра

1) Матрицы. Операции над матрицами. Обратная матрица. Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы, его вычисление.
2) Определители второго и третьего порядка. Миноры и алгебраические дополнения. Определители n - го порядка. Свойства определителей. Методы вычисления определителей.
3) Применение матриц и определителей к решению систем линейных алгебраических уравнений.
4) Теорема Кронекера – Капели. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Решение однородных систем уравнений.

Тема 2. Векторы на плоскости и в пространстве

1) Дать определение вектора.
2) Что называется длиной (модулем) ненулевого вектора?
3) Какие векторы называются коллинеарными?
4) Какой вектор называется произведением данного вектора на данное число?
5) Что называется скалярным произведением $\bar{a}\cdot\bar{b}$ векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$? Как найти *с*калярное произведение векторов, заданных в координатной форме?
6) В чём заключается условие перпендикулярности двух векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$?
7) В чём заключается условие коллинеарности двух векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$?
8) Какая система векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, ..., \vec{a}_s$ из R^n называется линейно зависимой или линейно независимой?

Тема 3. Аналитическая геометрия

1) Перечислить способы задания прямой на плоскости.
2) Как записывается уравнение прямой с угловым коэффициентом?
3) Как составить общее уравнение прямой на плоскости?
4) Как определить угол между двумя прямыми?
5) Сформулируйте условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.

6) Как найти расстояние от точки до прямой?

Тема 4. Введение в анализ

1) Что называется функцией, областью определения? Каковы способы задания функции?
2) Что называется окрестностью точки?
3) Дать определение предела функции в точке.
4) Какие пределы функции называются односторонними?
5) Какие функции называются бесконечно малыми и бесконечно большими? Каковы их свойства?
6) Дать определение непрерывности функции в точке. Какова классификация точек разрыва?

Тема 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1) Что называется производной функции в точке? Геометрический смысл.
2) Каков геометрический смысл производной функции в точке?
3) Каковы правила нахождения производной функции?
4) Производная сложной функции.
5) Производные высших порядков.
6) Что называется дифференциалом функции?

Тема 6. Приложения производной к исследованию функций и построению графиков

1) Какие точки называются критическими точками?
2) Что такое точки экстремума, экстремальные значения функции?
3) Сформулировать необходимое условие существования экстремума функции в точке.
4) Сформулировать достаточное условие существования экстремума функции в точке.
5) Какие точки называются точками перегиба графика функции?
6) Сформулировать достаточное условие существования перегиба графика функции в точке.
7) Что называется асимптотами графика функции?
8) Общая схема исследования функции

Тема 7. Интегральное исчисление.

1) Что такое первообразная функции?
2) Что называется неопределенным интегралом и каковы его свойства?
3) В чем заключается метод непосредственного интегрирования?
4) Как используется метод замены переменной в неопределенном интеграле?
5) Какова формула интегрирования по частям?
6) Что называется определенным интегралом?
7) Каковы свойства определенного интеграла?

8) В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?

Тема 8. Анализ функций многих переменных.

1) Понятие функции многих переменных.
2) Частные производные. Частные производные высших порядков.
3) Теорема о равенстве смешанных производных.
4) Дифференцируемые функции. Дифференциал функции.
5) Экстремумы функций многих переменных.

Материалы текущего контроля успеваемости.

Практические (*в форме опроса и решения задач)* **и лабораторные занятия по темам:**

Тема 1. Линейная алгебра

Задачи для практического занятия:

1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 3 & -4\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 1 & -2\end{pmatrix}$.

   Найти: а) A+B, б) 2A, в) 2A+3B, г) 2B-A, д) AB, е) A^2+3E, ж) AB-BA.

2. Найти произведение матриц $\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ -1\\ 2\end{pmatrix}$

3. Вычислить матрицу $D=(AB)'-C^2$, где

   $A=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 7 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-28 & 93\\ 38 & -126\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 4\end{pmatrix}$.

4. Найти произведение матриц $A=\begin{pmatrix}1 & -3 & 5\\ 6 & -5 & 9\\ 5 & 2 & 2\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}4 & -5 & 1\\ 2 & 7 & -2\\ 3 & -4 & -2\end{pmatrix}$.

5. Найти обратные матрицы для следующих матриц: $\begin{pmatrix}3 & 2 & 2\\ 1 & 3 & 1\\ 5 & 3 & 4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}3 & 2 & 2\\ 1 & -2 & 3\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix}$.

6. Вычислить определители: $\begin{vmatrix}3 & -2\\ 4 & 6\end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix}2 & 3\\ 6 & -10\end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix}3 & -2\\ -4 & 5\end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix}2 & 3 & 4\\ 5 & -2 & 1\\ 1 & 2 & 3\end{vmatrix}$,

$\begin{vmatrix}-2 & 2 & -1\\ 4 & 2 & 4\\ 1 & 3 & -2\end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix}2 & 3 & 2\\ 0 & 0 & 0\\ 6 & 7 & 8\end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 3 & 4 & 1\\ 3 & 4 & 1 & 2\\ 4 & 1 & 2 & 3\end{vmatrix}$

7. *Найти обратные матрицы для следующих матриц:* $\begin{pmatrix}1 & -3\\ 3 & -4\end{pmatrix}$,

$\begin{pmatrix}2 & -1\\ -3 & 2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}3 & 2 & 2\\ 1 & -2 & 3\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix}$.

8.Решить системы уравнений**:** $\begin{cases} x+3y=7\\ 2x+4y=10\end{cases}$, $\begin{cases}x-2y=5\\ 3x+y=8\end{cases}$, $\begin{cases}2x-3y=13\\ 3x+5y=-9\end{cases}$

9.Представить системы уравнений в матричной форме: $\begin{cases} x+3y+2z=5\\ 2x+4y-2z=8\\ 3x-2y-z=0\end{cases}$,

$\begin{cases}x-2y+4z=11\\ 3x+2y+3z=8\\ 2x+5z=11\end{cases}$

10.Решить матричные уравнения: $\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}1 & 0 & 7\\ 8 & 1 & 2\end{pmatrix}$, $X\begin{pmatrix}4 & 3\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 8\\ 1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

Лабораторная работа по теме 1. Линейная алгебра

Цель: научиться применять методы решения систем линейных уравнений для формирования знаний о подходах к решению задач из основных разделов высшей математики.

Задание для самостоятельного выполнения:

Решите систему уравнений $\begin{cases}2x+y-z=3\\ x+y+z=10\\ y+2z=12\end{cases}$ тремя способами:

1) по методу Крамера, 2) матричным способом, 3) методом Гаусса.

Р е ш е н и е . *а) Используем метод Крамера:*

1) Найдем определитель системы:

$$\Delta=\begin{vmatrix}2 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 2 & 1 & -1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & -1 & -3\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & -1\end{vmatrix}=-1,$$

$\Delta\neq 0, \Rightarrow$ система совместная

2) Найдем определители, соответствующие 1-ой, 2-ой и 3-й неизвестной.

$$\Delta_x=\begin{vmatrix}3&1&-1\\10&1&1\\12&1&2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}3&1&-1\\7&0&2\\9&0&3\end{vmatrix}=3\begin{vmatrix}3&1&-1\\7&0&2\\3&0&1\end{vmatrix}=3*(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}7&2\\3&1\end{vmatrix}=-3,$$

$$\Delta_y=\begin{vmatrix}2&3&-1\\1&10&1\\0&12&2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2&3&-1\\3&13&0\\4&18&0\end{vmatrix}=(-1)*(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}3&13\\4&18\end{vmatrix}=-2,$$

$$\Delta_z=\begin{vmatrix}2&1&3\\1&1&10\\0&1&12\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0&-1&-17\\1&1&10\\0&1&12\end{vmatrix}=1*(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}-1&-17\\1&12\end{vmatrix}=-5.$$

3) По формулам Крамера получаем значения неизвестных:

$$x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{-3}{-1}=3,\quad y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{-2}{-1}=2,\quad z=\frac{\Delta_z}{\Delta}=\frac{-5}{-1}=5.$$

б) Используем метод обратной матрицы:

1) Выпишем матрицы *A, X, B*:

$$A=\begin{pmatrix}2&1&-1\\1&1&1\\0&1&2\end{pmatrix},\ X=\begin{pmatrix}x_1&x_2\\y_1&y_2\\z_1&z_2\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}3&1\\10&8\\12&11\end{pmatrix}.$$

2) Находим $|A|=\begin{vmatrix}2&1&-1\\1&1&1\\0&1&2\end{vmatrix}=-1$, т.е. матрица невырожденная.

3) Определяем присоединенную матрицу $\tilde{A}$, транспонированную к ней матрицу и обратную матрицу.

$$\tilde{A}=\begin{pmatrix}1&-2&1\\-3&4&-2\\2&-3&1\end{pmatrix}\quad(\tilde{A})^T=\begin{pmatrix}1&-3&2\\-2&4&-3\\1&-2&1\end{pmatrix}\quad A^{-1}=\begin{pmatrix}-1&3&-2\\2&-4&3\\-1&2&-1\end{pmatrix}$$

4) Находим решение: $X=A^{-1}B=\begin{pmatrix}-1&3&-2\\2&-4&3\\-1&2&-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3&1\\10&8\\12&11\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&1\\2&3\\5&4\end{pmatrix}.$

5) Проверка правильности решения:

$$AX=\begin{pmatrix}2&1&-1\\1&1&1\\0&1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3&1\\2&3\\5&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot3+1\cdot2+(-1)\cdot5&2\cdot1+1\cdot3+(-1)\cdot4\\1\cdot3+1\cdot2+1\cdot5&1\cdot1+1\cdot3+1\cdot4\\0\cdot3+1\cdot2+2\cdot5&0\cdot1+1\cdot3+2\cdot4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&1\\10&8\\12&11\end{pmatrix}=B$$

в) Используем метод Гаусса:

1) Выпишем расширенную матрицу системы и выполним тождественные преобразования ее строк:

$$A'=\left(\begin{array}{ccc|c}2&1&-1&3\\1&1&1&10\\0&1&2&12\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&10\\2&1&-1&3\\0&1&2&12\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&10\\0&-1&-3&-17\\0&1&2&12\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&10\\0&-1&-3&-17\\0&0&-1&-5\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&10\\0&1&3&17\\0&0&1&5\end{array}\right)$$

$R(A)=R(A')=3$, следовательно система совместна и определена,

2) Полученная расширенная матрица соответствует системе уравнений

$$\begin{cases}x+y+z=10\\y+3z=17\\z=5\end{cases},$$

которая эквивалентна исходной системе.

3) Выполняя обратный ход метода Гаусса, последовательно, находим:

$z=5,\quad y=2,\quad x=3$.

Тема 2. Векторы на плоскости и в пространстве

Задачи для практического занятия:

Пример 1. Найдите угол между векторами **a** = 2**m**+4**n** и **b** = **m-n**, где **m** и **n** - единичные векторы и угол между **m** и **n** равен 120°.

Пример 2. Зная векторы **AB**(-3,-2,6) и **BC**(-2,4,4),вычислите длину высоты AD треугольника ABC.

Пример 3. Найти вектор DE+FE, если D(2;3;-4); E(1;6;4); F(0;-3;5).

Пример 4. Найти косинус угла BCA в треугольнике ABC и площадь этого треугольника, если A(3;6;-2); B(1;8;1) и C(-1;5;-3).

Лабораторная работа по теме 2.
«Действия над векторами»

Цель: приобретение навыков в выполнении действий над векторами и определении линейной зависимости векторов для формирования знаний о подходах к решению задач из основных разделов высшей математики.

Пример выполнения лабораторной работы.

Задание1. Даны векторы $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{k}, \boldsymbol{b} = -\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} + 2\boldsymbol{k}, \boldsymbol{c} = 3\boldsymbol{i} + 5\boldsymbol{j}$

а) Вычислить скалярное произведение двух векторов $\boldsymbol{a}$, $3\boldsymbol{b}$.

Находим сначала вектор $3\boldsymbol{b}$: $3\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j} + 6\boldsymbol{k}$,ячы

затем скалярное произведение $\boldsymbol{a} \cdot 3\boldsymbol{b}$: $\boldsymbol{a} \cdot 3\boldsymbol{b} = 1 \cdot (-3) + 0 \cdot 3 + 4 \cdot 6 = 21$

б) Проверить, будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$.

Так как $\boldsymbol{a} = (1,0,4), \boldsymbol{b} = (-1,1,2)$ и $\frac{1}{-1} \neq \frac{0}{1} \neq \frac{4}{2}$, то векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ не коллинеарны.

Поскольку $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 7 \neq 0$, то векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ не ортогональны.

в) Найти угол между векторами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{c}$.

Найдем скалярное произведение векторов $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{c}$.

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c} = 1 \cdot 3 + 0 \cdot 5 + 4 \cdot 0 = 3$$

Вычислим длины векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{c}$

$$|\boldsymbol{a}| = \sqrt{1^2 + 0^2 + 4^2} = \sqrt{17}$$

$$|\boldsymbol{c}| = \sqrt{3^2 + 5^2 + 0^2} = \sqrt{34}$$

Вычислим косинус угла между векторами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{c}$

$$\cos\varphi = \frac{3}{\sqrt{17}\sqrt{34}} = \frac{3}{17\sqrt{2}}$$

Найдем угол между векторами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{c}$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{3}{17\sqrt{2}}\right).$$

Задание 2. Даны векторы $\boldsymbol{a}$ (1,3,1,3), $\boldsymbol{b}$ (2,1,1,2),$\boldsymbol{c}$ (3,-1,1,1). Проверим, являются ли векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$ линейно зависимыми.

Составим векторное равенство $C_1\boldsymbol{a} + C_2\boldsymbol{b} + C_3\boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}$ (*). Подставив соответствующие координаты векторов в равенство и выполнив действия получим систему:

$$\begin{cases} C_1 + 2C_2 + 3C_3 = 0, \\ 3C_1 + C_2 - C_3 = 0, \\ C_1 + C_2 + C_3 = 0, \\ 3C_1 + 2C_2 + C_3 = 0. \end{cases}$$

Решая систему методом Гаусса, приведем ее к виду:

$$\begin{cases} C_1 + 2C_2 + 3C_3 = 0 \\ C_2 + 2C_3 = 0 \end{cases}$$

$0 = 0$

$0 = 0$

и найдем бесконечное множество ее решений ($C_1=\alpha$, $C_2 = -2\alpha$, $C_3 = \alpha$), где α – произвольное действительное число.

Итак, для данных векторов равенство (*) выполняется не только при $C_1 = C_2 = C_3 = 0$ (а, например, при $C_1=1$, $C_2 = -2$, $C_3 = 1$), следовательно, эти векторы – линейно зависимые.

Тема 3. Аналитическая геометрия

Задачи для практического занятия:

Пример 1. Составить уравнение прямой, проходящей через точки A (-2; 3) и B (-3; 1).

Пример 2. Составить уравнение прямой, отсекающей на координатных осях отрезки, равные 5 и 2 ед.

Пример 3. Определить взаимное расположение прямых $-3x + 5y - 7 = 0$ и $x + 12y - 2 = 0$.

Пример 4. Прямая L задана уравнением $5x + 4y - 1 = 0$. Записать прямую L в виде прямой с угловым коэффициентом, в виде прямой в отрезках.

Пример5. Прямая L задана уравнением $5x + 4y - 1 = 0$. Составить уравнения прямой L_1, проходящей через точку M_0 (3; -7) и параллельной прямой L .

Пример 6. Прямая L задана уравнением $5x + 4y - 1 = 0$. Составить уравнения прямой L_1, проходящей через точку M_0 (3; -7) и перпендикулярной прямой L .

Пример 7. Даны вершины треугольника A (2; 3), C (-4; 2) и B (-3; 1). Составить уравнение высоты AH

Лабораторная работа по теме 3.

Лабораторная работа «Прямые линии на плоскости».

Цель: приобретение навыков в составлении различных видов уравнений прямых и определении условий их взаимного расположения для формирования знаний о подходах к решению задач из основных разделов высшей математики.

Основные теоретические сведения

В зависимости от параметров, определяющих положение прямой на плоскости, имеются несколько видов уравнения прямой, используемых в различных задачах.

Уравнение прямой с угловым коэффициентом $y = kx + b$.

Здесь $k = \operatorname{tg}\alpha$ – угловой коэффициент прямой; b – отрезок, отсекаемый прямой на оси ординат.

Если две прямые, заданны уравнениями $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$, то условия их параллельности и перпендикулярности соответственно:

$$k_1 = k_2 \quad \text{и} \quad k_2 = -\frac{1}{k_1}$$

Уравнение прямой, проходящей через точку (x_0, y_0) *в заданном направлении*

$$y - y_0 = k_0(x - x_0) .$$

Уравнение прямой, проходящей через две точки (x_1, y_1) *и* (x_2, y_2)

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}.$$

Уравнение прямой в отрезках на осях

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1,$$

где *a* и *b*.отрезки отсекаемые прямой на осях координат.

Все приведенные выше уравнения являются уравнениями первой степени относительно текущих координат *x* и *y*. Можно показать, что всякое уравнение первой степени

$$Ax+By+C=0$$

будет уравнением некоторой прямой на плоскости. Это уравнение называют *общим уравнением прямой*.

Задание на лабораторную работу.

Даны вершины треугольника (по вариантам). Найти: а) уравнение стороны *AB*; б) уравнение высоты *CH*; в) уравнение медианы *AM*; г) точку *N* пересечения медианы *AM* и высоты *CH*; д) уравнение прямой, проходящей через вершину *C* параллельно стороне *AB*.

$$A(2,3),\ B(-3,-3),\ C(2,8).$$

Р е ш е н и е : а) Найти уравнение стороны *AB*.

Воспользовавшись уравнением прямой, проходящей через две точки

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1},$$

получим уравнение стороны *AB*:

$$\frac{x-2}{-3-2}=\frac{y-3}{-3-3}.$$

Откуда $6(x-2)=5(y-3)$ или $6x-5y+3=0$.

б) Найти уравнение высоты *CH*.

Используя уравнение прямой $y=kx+b$

найдем угловой коэффициент прямой *AB*

$$y=\frac{6}{5}x+\frac{3}{5}$$

Тогда $k_1=\frac{6}{5}$. С учетом условия перпендикулярности прямых *AB* и *CH* ($k_1k_2=-1$) угловой коэффициент высоты *CH*: $k_2=-\frac{5}{6}$.

По точке *C*(2, 7) и угловому коэффициенту $k_2=-\frac{5}{6}$ составляем уравнение высоты *CH* : $y-y_0=k(x-x_0)$

$$y-8=-\frac{5}{6}(x-2) \quad \text{или} \quad 5x+6y-58=0.$$

в) Найти уравнение медианы *AM* .

По формулам координат середины отрезка

$$x=\frac{x_1+x_2}{2}, y=\frac{y_1+y_2}{2}$$

находим координаты *x, y* середины *M* отрезка *BC:*

$$x=\frac{-3+2}{2}=-\frac{1}{2}, y=\frac{-3+8}{2}=\frac{5}{2}.$$

Уравнение медианы *AM:*

$$\frac{x-2}{-1/2-2}=\frac{y-3}{5/2-3} \quad \text{или} \quad x-3y+7=0 \ .$$

г) Найти точку *N* пересечения медианы *AM* и высоты *CH*.

Для нахождения координат точки *N* пересечения медианы *AM* и высоты *CH* составляем систему уравнений

$$\begin{cases} 5x+6y-58=0, \\ x-3y+7=0. \end{cases}$$

Решая ее, получаем $N(44/7, 31/7)$;

д) Найти уравнение прямой, проходящей через вершину *C* параллельно стороне *AB*.

Так как прямая, проходящая через вершину С, параллельна стороне *AB,* то их угловые коэффициенты равны $k_1=\frac{6}{5}$. Тогда, согласно уравнению $y-y_0=k(x-x_0)$, по точке С и угловому коэффициенту k_1 составляем уравнение прямой *CD:*

$$y-8=\frac{6}{5}(x-2) \quad \text{или} \quad 6x-5y+28=0 \ .$$

Тема 4. Введение в анализ.

Задачи для практического занятия:

Пример 1. Найдите объединение, пересечение, разность множеств различных букв, входящих в слова «ИССЛЕДОВАНИЕ» и «СОЦИОЛОГИЯ».

Пример 2. 1) Найдите множество $X=(A\cap B')\cap(C\setminus B)$, если $A=\{x|1\le x\le 7\}$, $B=\{x|3<x<5\}$ и $C=\{x|0\le x<4\}$. Изобразите множества на числовой прямой. 2) Выясните, принадлежат ли множеству *X* числа 1,5; 2; –3,2; 3.

Пример 3 Найти область определения функции

$y=\frac{x^2+3}{x-1}$ $\quad y=\frac{x}{x^2+1}$ $\quad y=\frac{x^2}{1-x^2}$

$y=\frac{x^2-3x}{x-1}$ $\quad y=x-\frac{1}{x}$ $\quad y=\frac{x^2-1}{x^2+1}$

$y=\frac{x}{\sqrt[3]{x^2-4}}$ $\quad y=x-\frac{e}{x+2}$ $\quad y=\frac{(x+3)^2}{x^2+9}$

Пример 4. Вычислить пределы, если предельное значение функции входит в область ее определения:

1. $\lim\limits_{x\to 2}(x^3-3x+8)$ **2.** $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^5+x^3-5}{x^2+5}$

3. $\lim\limits_{x\to 5}\sqrt{x^2+x-4}$ **4.** $\lim\limits_{x\to\sqrt{2}}\sqrt{(4-x)(4+x)}$

Тема 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Задачи для практического занятия:

Найти производные следующих функций:

1. $y=x^7-2x^5+5-\frac{8}{x^3}+3x\sqrt[3]{x}$

2. $y=\frac{2x+3}{3x+2}$

3. $y=\sqrt{2-3x^4}$

4. $y=\ln\ln x$

5. $y=e^{\sin 2x}$

6. $y=\sqrt{x}\arcsin\sqrt{x}+\sqrt{1-x}$

Тема 6. Приложения производной к исследованию функций и построению графиков.

Задачи для практического занятия:

1. Найти асимптоты графика функции

$$f(x)=\frac{x^2+5}{x-3}.$$

2. Найти точки перегиба, промежутки выпуклости и вогнутости графика функции

$$f(x)=\frac{2x^2}{1+x^2}.$$

3. Тело движется вдоль оси Ох по закону: $x(t)=\frac{t^3}{3}-2t^2+3t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=3$.

4. Объем продукции цеха в течение дня представляет функцию $u=-t^3-5t^2+75t+425$, где t- время (ч). Найти производительность труда через 2ч после начала работы

Лабораторная работа по теме 6. «Исследование функции и построение ее графика»

Цель: Закрепить изученные вопросы анализа функций, провести методами дифференциального исчисления полное исследование функции и построить ее график для формирования навыков использования современных математических методов исследований для решения профессиональных задач.

Задание на работу. Для заданного варианта провести полное исследование функции по принятой схеме:

1) Найти область определения функции.
2) Исследовать функцию на четность, нечетность.
3) Найти точки пересечения с осями координат.
4) Исследовать функцию на непрерывность и выяснить, имеет ли график функции вертикальные асимптоты.
5) Исследовать поведение функции в бесконечности, проверить наличие наклонных асимптот.
6) Найти интервалы монотонности функции и точки экстремума.
7) Найти интервалы выпуклости функции и точки перегиба.
8) По результатам исследования построить график функции.
9) Ответить на контрольные вопросы.

Контрольная работа

“Анализ экономических функций одной переменной ”

Цель работы: Освоить применение дифференциального исчисления для исследования рыночного равновесия трех экономических показателей (спрос, предложение, цена) и для расчета точечной эластичности спроса и предложения от цены.

Задание на работу.

1. В области изменения объема продаж ***Q*** (во всех вариантах область изменения ***Q*** принята одинаковой ***Q*** ∈ [1, 4]) составить функции предложения и спроса в виде квадратичных функций:

функция предложения (*supply*) $P(S) = a_s Q^2 + b_s Q + c_s$, (1)

функция спроса (*demand*) $P(D) = a_d Q^2 + b_d Q + c_d$, (2)

где *P* — цена; *Q* — количество товара; параметры $a_s, b_s, c_s, a_d, b_d, c_d$ определенные эмпирически, различны для каждого варианта (см. приложение) Построить соответствующие кривые в прямоугольной системе координат ***QP.***

2. Вычислить равновесную цену и количество товара.

3. Рассчитать точечную эластичность спроса и предложения от цены в равновесной точке.

4. Провести экономический анализ результатов.

Теоретические основы.

1. Составление функций предложения и спроса.

Функции определены в области $Q \in [1, 4]$, однако для удобства построения их графиков эту область условно можно расширить до $Q \in [-4, 4]$. Обе функции — квадратичные вида $y = ax^2+bx+c$, (**3**)

где *a, b, c* — постоянные величины, Их графики представляют собой параболы с вершинами, находящимися в точках максимума или минимума. Координаты точек возможного экстремума, называемых стационарными или критическими находим, используя необходимое условие экстремума: равенство нулю первой производной:

$$\frac{dP}{dQ} = \frac{d}{dQ}(aQ^2 + bQ + c) = 2aQ + b = 0. \quad (5)$$

Отсюда, для кривой предложения $Q_{стац} = -\frac{b_s}{2a_s}$ (**6**)

а для кривой спроса $Q_{стац} = -\frac{b_d}{2a_d}$ (**7**)

Подставив найденное значение $Q_{стац}$ в уравнение (**1**), находим ординату стационарной точки функции предложения:

$$P_{стац} = a_s \frac{b_s^2}{4a_s^2} - \frac{b_s^2}{2a_s} + c_s = c_s - \frac{b_s^2}{4a_s}, \quad (8)$$

и стационарную точку $M_0(Q_{стац}, P_{стац})$. Аналогично находится т. M_0 для функции спроса, используя уравнение (**2**).

Чтобы убедиться в том, что в стационарной точке экстремум существует, надо найти вторую производную ***P"*** и определить ее знак Если ***P"*** существует и положительна, то в этой точке функция имеет минимум, а если отрицательна, то максимум.

Пример 1. Пусть для некоторого (нулевого) варианта функция предложения (**1**) имеет коэффициенты: $a_s = 5$; $b_s = 2$; $c_s = 60$, а функция спроса (**2**) имеет коэффициенты: $a_d = -2$; $b_d = -1$; $c_d = 100$. Построить графики этих функций. считая их квадратичными.

Решение: Рассмотрим сначала функцию предложения:

$P(S) = 5Q^2 + 2Q + 60$. (**9**)

Для отыскания стационарной точки воспользуемся формулами (6) и (7).

$$Q_{стац} = \frac{b_s}{2a_s} = 0{,}2 \qquad P_{стац} = a_s \frac{b_s^2}{4a_s^2} - \frac{b_s^2}{2a_s} + c_s = c_s - \frac{b_s^2}{4a_s} = 60 + 0{,}2 = 59.8$$

Т.о. стационарная точка найдена: $M_0(Q_{стац}, P_{стац})$ = M_0 (-0,2; 59,8).

Проверим знак второй производной в точке M_0.

$\frac{d^2P}{dQ^2} = 2a_s = 2 \cdot 5 = 10 > 0$ независимо от Q.

Следовательно, график функции предложения вогнут во всех точках, в том числе и в точке M_0. По достаточному условию экстремума в этой точке будет минимум.

Итак, M_0 – вершина (минимум) параболы, часть которой, отвечающая условию $Q \in [1, 4]$, описывает функцию предложения.

Для удобства построения графика функции область определения условно расширим до $Q \in [-4, 4]$, а затем получим дополнительные точки – точку пересечения с осью ординат (осью P) и точки, соответствующие границам расширенной области. Подставив $Q = 0$ в уравнение (4), находим: $P(0) = c_s = 60$ и, соответственно, точку параболы $M_1(Q = 0; P = 60)$. Вычислив значения P при Q = -4 и Q= 4 найдем еще две точки M_2(Q=-4; P=132) и M_3(Q= 4; P=148)

На рис. 1 показана кривая предложения, построенная по этим четырем точкам.

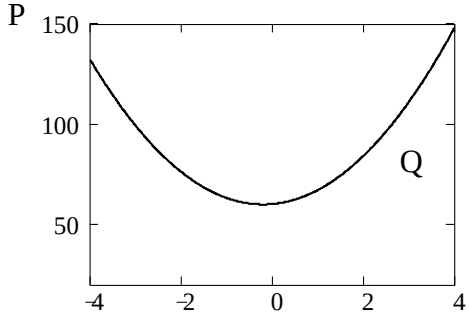


Рис.1. *Кривая предложения*

Аналогично строим график функции спроса, который представляет собой параболу $P(D) = -2Q^2 - Q + 100$. (**10**)

Координаты стационарной точки находим из условия равенства нулю первой производной:

$\frac{dP}{dQ} = 2a_dQ + b_d = 2 \cdot (-2)Q - 1 = 0$. Отсюда $Q_{стац} = -\frac{b_d}{2a_d} = -\frac{-1}{2 \cdot (-2)} = -$ 0,25, $P_{стац} = c_d - \frac{b_d^2}{4a_d} = =$ 100,125. Вершина параболы $M_0(Q_{стац}, P_{стац})$ = M_0(-0,25; 100,25)

Т. к. вторая производная функции (2.12) $\frac{d^2P}{dQ^2} = 2a_d = -4 < 0$ меньше нуля во всех точках, в том числе и в точке M_0, график функции спроса является выпуклым во всех точках, в том числе и в точке M_0. По достаточному условию экстремума в этой точке будет максимум параболы, часть которой описывает функцию спроса, при условии $Q \in [1, 4]$,.

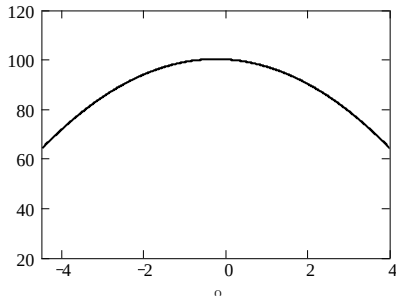


Рис. 2. *Кривая спроса*

Получив дополнительные точки – точку пересечения с осью ординат (осью P) и точки, соответствующие границам расширенной области: $M_1(0; 100)$, $M_2(-4; 72)$, $M_3(4; 64)$, строим кривую спроса.

2. Определение равновесной цены и спроса (предложения).

Определить равновесную цену и спрос (предложение) можно графически, построив обе полученные кривые на одном рисунке (рис. 3). Точка пересечения графиков в области определения рассматриваемых экономических функций $Q \in [1, 4]$ является равновесной точкой, координаты которой можно приближенно определить по графику. Точно точка равновесия спроса и предложения может быть найдена аналитически, путем совместного решения системы уравнений (**9**) и (**10**). Решением будут два корня, однако экономический смысл имеет только один из них, принадлежащий заданному интервалу (1; 4). Его величина и есть равновесный спрос (предложение). Равновесная цена определится из уравнения (**9**) или (**10**).

Пример 2. Вычислить равновесную цену и количество товара для нулевого варианта (смотри пример **1**).

Решение. В системе уравнений (**9**) и (**10**) левые части равны, значит равны и правые. Приравняв их получаем квадратное уравнение.

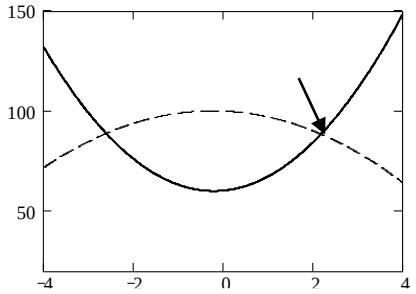
$5Q^2 + 2Q + 60 = -2Q^2 - Q + 100; \Rightarrow 7Q^2 + 3Q - 40 = 0.$ (**11**)

Решая полученное квадратное уравнение (11), находим корни

$$Q_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 7 \cdot 40}}{14}; \quad Q_1 = 2{,}186; \quad Q_2 = -2{,}61.$$

Экономический смысл имеет только положительный корень $Q_1 = Q_{bal} = 2{,}186$. Подставляя Q_{bal} в формулы (9) или (10), получим равновесную цену:

$$P(Q_{bal}) = a_s Q_{bal}^2 + b_c Q_{bal} + c_s = 5 \cdot 2.186^2 + 2 \cdot 2.186 + 60 = 88.26;$$



На рис. 3 графически представлено решение уравнения (**11**).

Рис. 3. *Пересечение кривых спроса и предложения*.

3. Определение эластичности спроса и предложения от цены

Математическим понятием, характеризующим связь между изменением цены на реализуемую продукцию и объемом продаж, является эластичность спроса от цены E_D. Она определяется как отношение $E_D = -\frac{Процентное \cdot изменение \cdot спроса}{Процентное \cdot изменение \cdot цены}$ (**12**)

Аналогично $E_S = -\frac{Процентное \cdot изменение \cdot предложения}{Процентное \cdot изменение \cdot цены}$ (**13**)

Формула для расчета эластичности спроса от цены: $E_D = -\frac{P\Delta Q}{Q\Delta P}$, (**14**)

Аналогично, для эластичности предложения $E_S = -\frac{P\Delta Q}{Q\Delta P}$, (**15**)

где P и Q — соответственно цена и спрос; ΔP и ΔQ — их абсолютные изменения. По формулам (14) и (15) определяется *дуговая эластичность*. *Точечная эластичность . предложения от цены* и *точечная эластичность спроса от цены* вычисляются по формулам:

$$E_D = -\frac{P}{Q}\frac{dQ}{dP}, \qquad (16)$$

$$E_S = \frac{P}{Q}\frac{dQ}{dP} \qquad (17)$$

где $\frac{dQ}{dP}$ — скорость изменения спроса (предложения) при изменении цены.

Пример 3 Рассчитать (для нулевого варианта) точечную эластичность спроса и предложения от цены в равновесной точке. Использовать данные из примеров **1** и **2**. Провести экономический анализ полученных результатов.

Так как мы располагаем функциями спроса и предложения в виде зависимости P от Q, то по ним можно рассчитать производные $\frac{dP}{dQ}$ в точке равновесия:

$$\frac{dP}{dQ}(S_{bal}) = 2a_sQ_{bal} + b_s = 2\cdot 5\cdot 2.186 + 2 = 23{,}86; \qquad (18)$$

$$\frac{dP}{dQ}(D_{bal}) = 2a_dQ_{bal} + b_d = 2\cdot(-2)\cdot 2.186 + (-1) = -9{,}744. \qquad (19)$$

Обратные им производные $\frac{dQ}{dP}$ соответственно равны:

$$\frac{dQ}{dP}(S_{bal}) = 1/23.86 = 0.0419;$$

$$\frac{dQ}{dP}(D_{bal}) = 1/(-9.744) = -0.1026.$$

Подставляя в формулы (**16**) и (**17**) значения производных и равновесные значения $Q_{bal} = 2.186$ и $P(Q_{bal}) = 88.26$, получаем:

$$E_S(Q_{bal}) = \frac{P(Q_{bal})}{Q_{bal}}\frac{dQ}{dP}(S_{bal}) = (88.26/2.186)\cdot 0.0419 = 1.69;$$

$$E_D(Q_{bal}) = -\frac{P(Q_{bal})}{Q_{bal}}\frac{dQ}{dP}(D_{bal}) = (88.26/2.186)\cdot(-0.1026) = -4.14.$$

Итак, в точке рыночного равновесия эластичность предложения по цене составляет 1,69. Эластичность спроса по цене по модулю еще выше 4,14.

4. Экономическая интерпретация полученных результатов.

Из полученных результатов можно заключить, что равновесная рыночная цена товара, определяемая соотношением спрос-предложение, устанавливается на уровне 88,26 денежных единиц, при этом равновесный спрос (предложение) составляет 2,186 единиц количества товара (услуг).

В точке равновесия рынка как спрос, так и предложение являются *эластичными*, так как относительному (процентному) изменению цены на 1% отвечает большее относительное изменение спроса (спрос уменьшается на 4,14%) и предложения (предложение увеличивается на 1,69%). Это означает, что в данном случае предпринимателю не выгодно увеличивать объем производства товара (услуг), поскольку покупатель будет достаточно остро реагировать на изменение цен. В то же

время высокая эластичность спроса от цены означает, что имеются достаточные резервы потребительского рынка.

Для решения вопроса об увеличении производства необходим более глубокий экономический анализ, включающий изучение эластичности прибыли предпринимателя и денежных доходов потребителей.

Тема 7. Интегральное исчисление.

Задачи для практического занятия:

1. Вычислить интегралы:

1. $\int\left(x^2+3x-6\right)dx$ 2. $\int(x^3+\sqrt{x}+3)dx$ 3. $\int\frac{\ln x}{\sqrt{x}}dx$

4. $\int\sin^2 xdx$ 5. $\int\frac{2xdx}{x^2-4x+4}$ 6. $\int\frac{dx}{\sin x+3}$

2. Вычислить определенные интегралы:

a) $\int_0^4\frac{dx}{1+\sqrt{x}}$; b) $\int_1^2\left(4x^3+6x-7\right)\ln xdx$.

5. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций: $y=x^2+1$; $y=x+3$.

Тема 8. Анализ функций многих переменных.

Задачи для практического занятия:

1. Найти частные производные первого порядка функции

$z=x^2+2x+y^2-3$ в точке $M_0(-1;2)$.

2. Найти полный дифференциал функции

$$z=arctg(xy)-\sqrt{x^3+y^3}.$$

3. Найти градиент функции

$z=\ln\left(2x^4+4y^2\right)$ в точке $M_0(4;-2)$.

4. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z=x^2-xy+y^2+9x-6y+20.$$

Лабораторная работа по теме 8.

Цель: Закрепить изученные вопросы анализа функций нескольких переменных для формирования знаний о подходах к решению задач из основных разделов высшей математики.

«Математический анализ функций многих переменных»

Пример 1: Найти и изобразить графически область определения функции: $z=\ln(x-1)(y+1)$

Р е ш е н и е : Естественной областью определения данной функции является множество чисел (x,y), для которых $(x-1)(y+1)>0$, что приводит к системам

$\begin{cases}x-1>0\\y+1>0\end{cases}$ $\begin{cases}x-1<0\\y+1<0\end{cases}$ или $\begin{cases}x>1\\y>-1\end{cases}$ $\begin{cases}x<1\\y<-1\end{cases}$

Построим границы области определения $x=1$, $y=-1$. Они разбивают плоскость на 4 квадранта. Взяв по точке на каждом квадранте, мы убедимся в том, что областью определения данной функции являются два заштрихованных угла на рисунке 3 (без границы).

Рисунок 3

Пример 2. Определить и построить линии уровня функции: $z = \ln(x^2 + y)$.

Р е ш е н и е : Линии уровня имеют вид $\ln(x^2 + y) = C$,

Так как область определения функции $\{(x,y): y+x^2>0\}$, то уравнение линий уровня $y+x^2=\text{const}>0$,представляет собой семейство парабол, симметричных относительно оси Оу и смещённых вдоль нее на величину const>0 (см. рисунок 4)

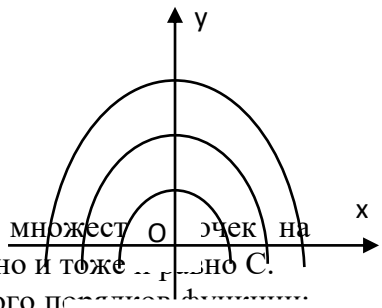


Рисунок 4

Линией уровня функции двух $z = f(x,y)$ называется множество точек на плоскости, таких, что во всех этих точках значение функции одно и тоже и равно С.

Пример 3. Найти частные производные первого и второго порядков функции $z = \ln(x + y^2)$.

Р е ш е н и е : Зафиксируем значение y в функции $Z = f(x,y)$, получим функцию Z от переменной x $Z = \ln(x + y^2)$

Вычислим производную функции Z по переменной x. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{x + y^2}$.

Зафиксировав значение x в функции $Z=f(x,y)$ и найдем производную по переменной y, получим $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x + y^2}$, для вычисления $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ зафиксируем в $\frac{\partial z}{\partial x}$ переменную y и найдем производную по переменной x

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{x + y^2}\right) = -\frac{1}{\left(x + y^2\right)^2}$$

вычислим $\frac{\partial^2 \mathbf{z}}{\partial \mathbf{y}^2}$, зафиксировав в $\frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \mathbf{y}}$ переменную x и найдем производную по переменной y $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{2y}{x + y^2}\right) = 2\frac{x - 3y^2}{\left(x + y^2\right)^2}$

найдем $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ и $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$, так как они равны, то ограничимся вычислением $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$. В выражении для $\frac{\partial z}{\partial y}$ зафиксируем переменную y и найдем её частную производную по переменной x $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{2y}{x + y^2}\right) = -\frac{2y}{\left(x + y^2\right)^2}$.

Пример 4. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + y^2 + 1$

Р е ш е н и е . Необходимое условие экстремума $\frac{\partial z}{\partial x}=2x=0$, $\frac{\partial z}{\partial y}=2y=0$, откуда координаты стационарной точки $(x_{ст}, y_{ст})=(0, 0)$.

Вторые производные $A = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\Big|_{(x_{ст}, y_{ст})} = 2$; $B = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\Big|_{(x_{ст}, y_{ст})} = 0$;

$C = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\Big|_{(x_{ст}, y_{ст})} = 2$. Так как $AC–B^2=4>0$, то в точке (0, 0) — локальный минимум.

Типовые тестовые задания по темам

Тема 1. Линейная алгебра

1. Дана матрица $T = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 5 & 9 & 8 \end{bmatrix}$, определить значение элемента t_{23}

a) 3 ; b) 6; c) 1; d) 7

2. Нулевая матрица второго порядка имеет вид:

a) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$; c) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

3. Главная диагональ матрицы $T = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 5 & 9 & 8 \end{bmatrix}$ содержит элементы:

a) 2,1,7; b) 3,1,8; c) 4,1,5; d) 6,1,9

4. Сложение матриц $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ и $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ даст результат в виде:

a) $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$; c) $\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$

5. Определитель матрицы $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ равен:

a) 4 ; b) 2; c) –2; d) –1

6. Определитель равен 2 для матрицы :

a) $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$; c) $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

7. Исходная матрица $T = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 5 & 9 & 8 \end{bmatrix}$, какая из матриц является ее минором:

a) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 5 & 9 & 8 \end{bmatrix}$; c) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 9 & 8 \end{bmatrix}$

8. Единичная матрица обозначается как E и имеет вид:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$; c) $\begin{bmatrix} 1 & x \\ y & 1 \end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

9. Если умножить матрицу $\begin{bmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 5 & 9 & 8 \end{bmatrix}$ на скаляр m=3, то результирующая матрица имеет вид:

a) $\begin{bmatrix} 9 & 18 & 12 \\ 2 & 1 & 7 \\ 5 & 9 & 8 \end{bmatrix}$;b) $\begin{bmatrix} 9 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 7 \\ 5 & 9 & 24 \end{bmatrix}$;c) $\begin{bmatrix} 9 & 18 & 12 \\ 6 & 3 & 21 \\ 15 & 27 & 24 \end{bmatrix}$;d) $\begin{bmatrix} 3 & 6 & 12 \\ 2 & 3 & 7 \\ 15 & 9 & 8 \end{bmatrix}$

10. Решая матричное уравнение $\begin{bmatrix} x & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ определим значение x:

a) 1; b) -1; c) 0 ; d) 3

11. Транспонированная матрица для матрицы A = $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$ имеет вид:

a) $\begin{bmatrix} 9 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$; c) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix} 5 & 9 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

12. Систему линейных уравнений можно записать следующим образом:

a) A·X=B; b) E·X= B; c) O·X = B; d) AA^{-1} ·X=B

Тема 2. Векторы на плоскости и в пространстве

13. Даны вектора $\vec{a}$ = ($a_1, a_2, \dots, a_n$) и $\vec{b}$ = ($b_1, b_2, \dots, b_n$). Число ($\vec{a}$,$\vec{b}$) = $a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$ называется...

a) линейной комбинацией векторов b) скалярным произведением
c) длиной вектора d) векторным произведением

14. Скалярное произведение векторов $\boldsymbol{a} = (-1,0,2)$ и $\boldsymbol{b} = (2,-8,3)$ равно…

a) 0 b) –2 c) 2 d) 4

15. Координаты вектора **C**=2***a***+3***b*** , если вектора ***a***=(2,1,3) и ***b***=(-4,0,-1), равны …

a) (0,4, 2) b) (-10,2,3) c) (1, 5, 1) d) (–8,2,3)

Тема 3. Аналитическая геометрия

16. Угловой коэффициент прямой $4x + 3y - 5 = 0$ равен:

а) -5 б) $\frac{4}{3}$ в) $-\frac{4}{3}$ г) $-\frac{3}{4}$ д) 4

17. Из данных прямых через начало координат проходят:

а) $6x - y = 0$ б) $2x - y = 1$ в) $y - 5 = 0$ г) $3y = 0$ д) $5x - 1 = 0$

18. Из данных прямых параллельными являются:

а) $y = 3x + 4$ б) $x + y = 5$ в) $3x + y - 2 = 0$ г) $y = 5 - 3x$ д) $x - y + 1 = 0$

19. Уравнение прямой AB , если $A(2,3), B(-3,-3)$ …

a) $6x - 5y + 3 = 0$ b) $6x - y + 3 = 0$ c) $x - 5y + 3 = 0$ d) $6x + 5y + 3 = 0$

20. Угловой коэффициент прямой, перпендикулярной к данной прямой $y = \frac{6}{5}x + \frac{3}{5}$ равен…

a) $-\frac{6}{5}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $-\frac{5}{6}$ d) $\frac{6}{5}$

21. Координаты середины отрезка, если координаты концов $A(2,3)$ и $B(4,-3)$, равны …

a) (0,3) b) (6,0) c) (3,0) d) (-2,6)

22. Угловой коэффициент прямой, параллельной к данной прямой $y=\frac{6}{5}x+\frac{3}{5}$ равен…

a) $-\frac{6}{5}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $-\frac{5}{6}$ d) $\frac{6}{5}$

Тема 4. Введение в анализ.

23. Предел функции $\lim\limits_{x\to -3}\frac{(x+7)^2}{x^3+27}$ равен …

a) 0 b) ∞ c) $\frac{7}{27}$ d)– ∞

24. Укажите наиболее общее определение функции:

a. зависимость y = f(x); b. взаимосвязь F(x, y) = 0;

c. закон, устанавливающий однозначное соответствие элементов одного множества элементам другого множества;

d. взаимно однозначное соответствие элементов двух множеств.

25. Область определения функции — это:

a. координатная плоскость; b. координатные оси;

c. множество значений функции; d. множество значений аргумента.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

26. Предел отношения приращения функции в точке х к приращению аргумента, когда последнее стремится к нулю называется…

а) производной функции
б) неопределенным интегралом
в) пределом функции
г) первообразной

27. Если материальная точка движется по закону S(t), то первая производная от пути по времени есть…

а) угловой коэффициент
б) ускорение движения
в) скорость в данный момент времени
г) нет верного ответа

28. Геометрический смысл производной состоит в том, что …

а) она равна пределу функции
б) она равна всегда нулю
в) она равна угловому коэффициенту касательной
г) она равна максимальному значению функции

29. Дифференцирование – это…

а) вычисление предела
б) вычисление приращения функции
в) нахождение производной от данной функции

г) составление уравнения нормали

30. Производная постоянной величины равна…

а) единице

б) самой постоянной

в) не существует

г) нулю

31. При вычислении производной постоянный множитель можно…

а) возводить в квадрат

б) выносить за знак производной

в) не принимать во внимание

г) принять за нуль

32. Ускорение прямолинейного движения равно…

а) скорости от пути по времени

б) первой производной от пути по времени

в) второй производной от пути по времени

г) нулю

33. Производная функции $y = x^3 + \frac{5}{x}$ равна…

a) $y' = 3x^2 - 5$ b) $y' = 3x^2 - \frac{5}{x^2}$ c) $y' = x^2 - \frac{5}{x^2}$ d) $y' = 3x^2 + \frac{5}{x^2}$

34. Производная функции $y = 6\sqrt{x}$ равна…

a) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ b) $y' = \frac{3}{\sqrt{x}}$ c) $y' = \frac{2}{\sqrt{x}}$ d) $y' = \frac{6}{\sqrt{x}}$

35. Производная функции $y = \sqrt[3]{(2x-7)^5}$ равна…

a) $y = \frac{10}{3}\sqrt{(2x-7)^3}$ b) $y = \frac{5}{3}\sqrt[3]{(2x-7)^2}$ c) $y = \frac{10}{3}\sqrt[3]{(2x-7)^2}$ d) $y = \frac{5}{3}\sqrt{(2x-7)^2}$

36. Если для любых двух значений аргумента, принадлежащих промежутку (a,b) большему из них соответствует большее значение функции, то функция $y = f(x)$ на (a,b) называется …

a) убывающей b) разрывна c) непрерывна d) возрастающей

Тема 6. Приложения производной к исследованию функций и построению графиков.

37. Функция возрастает на заданном промежутке, если…

а) первая производная положительна

б) вторая производная положительна

в) первая производная отрицательна

г) первая производная равна нулю

38. График функции $y = f(x)$ называется выпуклым на промежутке (a,b) если…

a) он расположен не выше любой касательной, проведённой к её графику на (a,b)

b) он расположен не ниже любой касательной, проведённой к её графику на (a,b)

c) функция возрастает на промежутке (a,b) d) функция убывает на промежутке (a,b)

39. Достаточным признаком выпуклости (вогнутости) графика функции внутри некоторого промежутка является…

a) отрицательное (положительное) значение второй производной функции на этом промежутке

b) положительное (отрицательное) значение второй производной функции на этом промежутке
c) перемена знака второй производной функции при переходе через некоторую точку
d) нет верного ответа

40. Если функция *f(x)* дифференцируема в промежутке (*a*,*b*) и ее производная в этом промежутке положительна, то сама функция в этом промежутке...

a) принимает наибольшее значение
b) принимает наименьшее значение
c) убывает
d) возрастает

Тема 7. Интегральное исчисление.

41. Функция F называется первообразной для функции f на некотором промежутке, если для всех x из этого промежутка существует производная $F'(x)$, равная f(x), т.е. $F'(x)=f(x)$ это…

а) формула Ньютона-Лейбница
б) дифференциал функции
в) первообразная для функции f
г) производная в точке

42. Множество первообразных для данной функции f(x) называется…

а) функцией
б) неопределенным интегралом
в) постоянным множителем
г) частной производной

43. Операция нахождения неопределенного интеграла называется…

а) дифференцированием функции
б) преобразованием функции
в) интегрированием функции
г) нет верного ответа

44. Непосредственное интегрирование, метод подстановки, интегрирование по частям это…

а) методы нахождения производной
б) методы интегрирования
в) методы решения задачи Коши
г) все ответы верны

45. Производная от неопределенного интеграла равна…

а) подынтегральной функции
б) постоянной интегрирования
в) переменной интегрирования
г) любой функции

46. Неопределенный интеграл от алгебраической суммы двух или нескольких функций равен…

а) произведению интегралов этих функций
б) разности этих функций
в) алгебраической сумме их интегралов
г) интегралу частного этих функций

47. Определенный интеграл вычисляют по формуле…

а) $\int_A^B f(x)dx=F(a)-F(b)$

б) $\int_A^B f(x)dx=F(b)-F(a)$

в) $\int_A^B f(x)dx=F(a)+F(b)$

г) $\int_A^B f(x)dx=F(a)$

48. Определенный интеграл с одинаковыми пределами равен…

а) единице

б) бесконечности

в) нулю

г) указанному пределу

49. При перемене местами верхнего и нижнего пределов интегрирования определенный интеграл…

а) остается прежним

б) меняет знак

в) увеличивается в два раза

г) равен нулю

50. Если $y = f(x)(f(x) \geq 0),$ то площадь криволинейной трапеции, ограниченной этой линией, двумя прямыми $x=a$ *и* $x=b$ и отрезком оси абсцисс $a \leq x \leq b,$ вычисляется по формуле

а) $S = \int_a^b f(x)dx$

б) $S = \int_b^a f(x)dx$

в) $S = \int f(x)dx$

г) $S = f(x)\int_a^b dx$

51.Определенный интеграл $\int_1^2 4x^3 dx$ равен

а**)** 36; б**)**17; в**)**16; г**)**15

52. Множество всех первообразных функции y=5x^4 имеет вид

а) x^5 ;б) $5x^5 + C$; в) $x^5 + C$; г) $5x^3 + C$

Тема 8. Анализ функций многих переменных.

53. Пусть задана функция нескольких переменных $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, тогда называются...

а) $x_1, x_2, \dots, x_n$ –независимыми переменными, а z – зависимой переменной

b) $x_1, x_2, \dots, x_n$ – зависимыми переменными, а z –независимой переменной

c) $x_1, x_2, \dots, x_n$ и z – зависимыми переменными d) $x_1, x_2, \dots, x_n$ и z – независимыми переменными

54. Графиком функции $z = f(x, y)$является...

a) поверхность b) линия c) гиперплоскость в n-мерном пространстве d) парабола

55. Частная производная функции $z = 2x^3 + y^2 - 2xy + 1$ по переменной x равна…

a) $\frac{\partial z}{\partial x} = 2y^2 - 2y$ b) $\frac{\partial z}{\partial x} = 6x^2 - 2y$ c) $\frac{\partial z}{\partial x} = x^2 + 2y - 2xy$ d) $\frac{\partial z}{\partial x} = x^2 - 2y$

Ответы на типовые тестовые задания

Тема 1

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ответ	d	a	b	c	c	a	a	a	c	a	c	a

Тема 2

№ вопроса	13	14	15
ответ	b	d	d

Тема 3

№ вопроса	16	17	18	19	20	21	22
ответ	b	a	b,г	a	c	c	d

Тема 4

№ вопроса	23	24	25
ответ	b	c	d

Тема 5

№ вопроса	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
ответ	a	b	b	b	г	б	b	b	b	c	d

Тема 6

№ вопроса	37	38	39	40
ответ	a	a	a	d

Тема 7

№ вопроса	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
ответ	b	б	b	б	a	b	б	b	б	a	г	b

Тема 8

№ вопроса	53	54	55
ответ	a	a	b

Вопросы для контроля самостоятельной работы:

1. Матрицы. Классификация матриц. Действия над матрицами.
2. Определители и их свойства. Разложение определителя по элементам ряда.
3. Ранг матрицы. Обратная матрица.

4. Системы линейных уравнений. Основные понятия.
5. Решение систем линейных уравнений матричным способом и по формулам Крамера.
6. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса.
7. Векторы. Основные понятия. Линейные операции над векторами.
8. Арифметические векторы и действия над ними. Пространство R^n.
9. Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между двумя векторами. Условие ортогональности двух векторов.
10. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов.
11. Прямоугольная декартова система координат на плоскости.
12. Прямая линия на плоскости. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
13. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой проходящей через данную точку в данном направлении. Уравнение пучка прямых.
14. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой в отрезках.
15. Взаимное расположение двух прямых. Расстояние от точки до прямой.
16. Понятие функции одной переменной. Область определения, множество значений. Обратная функция, сложная функция. Четные, нечетные, периодические функции.
17. Анализ функции одной переменной. Предел. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Сравнение бесконечно малых. Первый и второй замечательные пределы.
18. Непрерывность. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва.
19. Дифференциальные характеристики: производная первого порядка, дифференциал, их геометрический и физический смысл.
20. Производная второго порядка. Производная сложной функции. Монотонность функции
21. Исследование функции с помощью производной первого порядка. Локальный экстремум. Необходимое и достаточное условия экстремума.
22. Исследование функции с помощью производной второго порядка. Перегиб. Выпуклость функции.
23. Анализ функции многих переменных. Функция двух переменных, геометрическое представление. Область определения. Линии уровня.
24. Анализ функции многих переменных. Частные производные, полный дифференциал.
25. Анализ функции многих переменных. Локальный экстремум, необходимое условие экстремума.

26. Приложения анализа функции двух переменных к задачам экономики.
27. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла и правила интегрирования. Таблица основных интегралов.
28. Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. Замена переменной. Подведение под знак дифференциала.
29. Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. Интегрирование по частям.
30. Неопределенный интеграл. Интегрирование основных классов функций. Интегрирование рациональных функций.
31. Определенный интеграл. Свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
32. Определенный интеграл. Замена переменной в определенном интеграле.
33. Определенный интеграл. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
34. Несобственные интегралы.

4.3 Оценочные средства для промежуточной аттестации

4.3.1 Формируемые компетенции

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК - 6	способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	ОПК - 6. 1	Способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин, математический аппарат и математический анализ в профессиональной деятельности

4.3.2. Типовые оценочные средства

Типовые контрольные задания

1. Дана матрица $T = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 5 & 9 & 8 \end{bmatrix}$, определить значение элемента t_{23}

b) 3 ; b) 6; c) 1; d) 7

2. Нулевая матрица второго порядка имеет вид:

a) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$; c) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

3. Главная диагональ матрицы $T=\begin{bmatrix}3 & 6 & 4\\ 2 & 1 & 7\\ 5 & 9 & 8\end{bmatrix}$ содержит элементы:

a) 2,1,7; b) 3,1,8; c) 4,1,5; d) 6,1,9

4. Сложение матриц $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}$ и $B=\begin{bmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ даст результат в виде:

b) $\begin{bmatrix}3 & 3\\ 6 & 4\end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix}3 & 3\\ 7 & 7\end{bmatrix}$; c) $\begin{bmatrix}5 & 5\\ 5 & 5\end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix}5 & 5\\ 7 & 7\end{bmatrix}$

5. Определитель матрицы $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}$ равен:

a) 4 ; b) 2; c) –2; d) –1

6. Определитель равен 2 для матрицы :

b) $\begin{bmatrix}5 & 1\\ 3 & 1\end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix}5 & 2\\ 3 & 2\end{bmatrix}$; c) $\begin{bmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}$

7. Исходная матрица $T=\begin{bmatrix}3 & 6 & 4\\ 2 & 1 & 7\\ 5 & 9 & 8\end{bmatrix}$, какая из матриц является ее минором:

b) $\begin{bmatrix}3 & 4\\ 5 & 8\end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix}3 & 6 & 4\\ 2 & 1 & 7\\ 5 & 9 & 8\end{bmatrix}$; c) $\begin{bmatrix}3 & 4\\ 5 & 9\end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix}2 & 4\\ 9 & 8\end{bmatrix}$

8. Единичная матрица обозначается как E и имеет вид:

b) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$; c)$\begin{bmatrix}1 & x\\ y & 1\end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}$

9. Если умножить матрицу $\begin{bmatrix}3 & 6 & 4\\ 2 & 1 & 7\\ 5 & 9 & 8\end{bmatrix}$ на скаляр m=3, то результирующая матрица имеет вид:

a) $\begin{bmatrix}9 & 18 & 12\\ 2 & 1 & 7\\ 5 & 9 & 8\end{bmatrix}$;b) $\begin{bmatrix}9 & 6 & 4\\ 2 & 3 & 7\\ 5 & 9 & 24\end{bmatrix}$;c) $\begin{bmatrix}9 & 18 & 12\\ 6 & 3 & 21\\ 15 & 27 & 24\end{bmatrix}$;d) $\begin{bmatrix}3 & 6 & 12\\ 2 & 3 & 7\\ 15 & 9 & 8\end{bmatrix}$

10. Решая матричное уравнение $\begin{bmatrix}x & 1\\ 2 & 3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1 & 1\\ 2 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$ определим значение x:

a) 1; b) -1; c) 0 ; d) 3

11. Транспонированная матрица для матрицы A $=\begin{bmatrix}3 & 4\\ 5 & 9\end{bmatrix}$ имеет вид:

b) $\begin{bmatrix} 9 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$; c) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix} 5 & 9 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

12. Систему линейных уравнений можно записать следующим образом:

a) $A \cdot X = B$; b) $E \cdot X = B$; c) $O \cdot X = B$; d) $AA^{-1} \cdot X = B$

13. Даны вектора $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ и $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$. Число $(\vec{a}, \vec{b}) = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$ называется...

a) линейной комбинацией векторов b) скалярным произведением
c) длиной вектора d) векторным произведением

14. Скалярное произведение векторов $\boldsymbol{a} = (-1,0,2)$ и $\boldsymbol{b} = (2,-8,3)$ равно…

a) 0 b) –2 c) 2 d) 4

15. Координаты вектора $\mathbf{C} = 2\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{b}$, если вектора $\boldsymbol{a}=(2,1,3)$ и $\boldsymbol{b}=(-4,0,-1)$, равны …

a) (0,4, 2) b) (-10,2,3) c) (1, 5, 1) d) (–8,2,3)

16. Угловой коэффициент прямой $4x + 3y - 5 = 0$ равен:

а) -5 б) $\frac{4}{3}$ в) $-\frac{4}{3}$ г) $-\frac{3}{4}$ д) 4

17. Из данных прямых через начало координат проходят:

а) $6x - y = 0$ б) $2x - y = 1$ в) $y - 5 = 0$ г) $3y = 0$ д) $5x - 1 = 0$

18. Из данных прямых параллельными являются:

а) $y = 3x + 4$ б) $x + y = 5$ в) $3x + y - 2 = 0$ г) $y = 5 - 3x$ д) $x - y + 1 = 0$

19. Уравнение прямой AB, если $A(2,3), B(-3,-3)$ …

a) $6x - 5y + 3 = 0$ b) $6x - y + 3 = 0$ c) $x - 5y + 3 = 0$ d) $6x + 5y + 3 = 0$

20. Угловой коэффициент прямой, перпендикулярной к данной прямой $y = \frac{6}{5}x + \frac{3}{5}$ равен…

a) $-\frac{6}{5}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $-\frac{5}{6}$ d) $\frac{6}{5}$

21. Координаты середины отрезка, если координаты концов $A(2,3)$ и $B(4,-3)$, равны …

a) (0,3) b) (6,0) c) (3,0) d) (-2,6)

22. Угловой коэффициент прямой, параллельной к данной прямой $y = \frac{6}{5}x + \frac{3}{5}$ равен…

a) $-\frac{6}{5}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $-\frac{5}{6}$ d) $\frac{6}{5}$

23. Предел функции $\lim\limits_{x \to -3} \frac{(x+7)^2}{x^3 + 27}$ равен …

a) 0 b) ∞ c) $\frac{7}{27}$ d) $-\infty$

24. Укажите наиболее общее определение функции:
a. зависимость y = f(x); b. взаимосвязь F(x, y) = 0;
c. закон, устанавливающий однозначное соответствие элементов одного множества элементам другого множества;
d. взаимно однозначное соответствие элементов двух множеств.

25. Область определения функции — это:
a. координатная плоскость; b. координатные оси;
c. множество значений функции; d. множество значений аргумента.

26. Предел отношения приращения функции в точке x к приращению аргумента, когда последнее стремится к нулю называется…
а) производной функции
б) неопределенным интегралом
в) пределом функции
г) первообразной

27. Если материальная точка движется по закону S(t), то первая производная от пути по времени есть…
а) угловой коэффициент
б) ускорение движения
в) скорость в данный момент времени
г) нет верного ответа

28. Геометрический смысл производной состоит в том, что …
а) она равна пределу функции
б) она равна всегда нулю
в) она равна угловому коэффициенту касательной
г) она равна максимальному значению функции

29. Дифференцирование – это…
а) вычисление предела
б) вычисление приращения функции
в) нахождение производной от данной функции
г) составление уравнения нормали

30. Производная постоянной величины равна…
а) единице
б) самой постоянной
в) не существует
г) нулю

31. При вычислении производной постоянный множитель можно…
а) возводить в квадрат
б) выносить за знак производной
в) не принимать во внимание
г) принять за нуль

32. Ускорение прямолинейного движения равно…
а) скорости от пути по времени
б) первой производной от пути по времени
в) второй производной от пути по времени
г) нулю

33. Производная функции $y = x^3 + \frac{5}{x}$ равна…

a) $y' = 3x^2 - 5$ b) $y' = 3x^2 - \frac{5}{x^2}$ c) $y' = x^2 - \frac{5}{x^2}$ d) $y' = 3x^2 + \frac{5}{x^2}$

34. Производная функции $y = 6\sqrt{x}$ равна…

a) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ b) $y' = \frac{3}{\sqrt{x}}$ c) $y' = \frac{2}{\sqrt{x}}$ d) $y' = \frac{6}{\sqrt{x}}$

35. Производная функции $y = \sqrt[3]{(2x-7)^5}$ равна…

a) $y = \frac{10}{3}\sqrt{(2x-7)^3}$ b) $y = \frac{5}{3}\sqrt[3]{(2x-7)^2}$ c) $y = \frac{10}{3}\sqrt[3]{(2x-7)^2}$ d) $y = \frac{5}{3}\sqrt{(2x-7)^2}$

36. Если для любых двух значений аргумента, принадлежащих промежутку (*a,b*) большему из них соответствует большее значение функции, то функция *y = f(x)* на (*a,b*) называется …

a) убывающей b) разрывна c) непрерывна d) возрастающей

37. Функция возрастает на заданном промежутке, если…

а) первая производная положительна

б) вторая производная положительна

в) первая производная отрицательна

г) первая производная равна нулю

38. График функции *y = f(x)* называется выпуклым на промежутке (*a,b*) если…

a) он расположен не выше любой касательной, проведённой к её графику на (*a,b*)

b) он расположен не ниже любой касательной, проведённой к её графику на (*a,b*)

c) функция возрастает на промежутке (*a,b*) d) функция убывает на промежутке (*a,b*)

39. Достаточным признаком выпуклости (вогнутости) графика функции внутри некоторого промежутка является…

a) отрицательное (положительное) значение второй производной функции на этом промежутке

b) положительное (отрицательное) значение второй производной функции на этом промежутке

c) перемена знака второй производной функции при переходе через некоторую точку

d) нет верного ответа

40. Если функция *f(x)* дифференцируема в промежутке (*a,b*) и ее производная в этом промежутке положительна, то сама функция в этом промежутке...

a) принимает наибольшее значение b) принимает наименьшее значение

c) убывает d) возрастает

41. Функция F называется первообразной для функции f на некотором промежутке, если для всех x из этого промежутка существует производная $F'(x)$, равная f(x), т.е. $F'(x)=f(x)$ это…

а) формула Ньютона-Лейбница

б) дифференциал функции

в) первообразная для функции f

г) производная в точке

42. Множество первообразных для данной функции f(x) называется…

а) функцией

б) неопределенным интегралом

в) постоянным множителем

г) частной производной

43. Операция нахождения неопределенного интеграла называется…

а) дифференцированием функции
б) преобразованием функции
в) интегрированием функции
г) нет верного ответа

44. Непосредственное интегрирование, метод подстановки, интегрирование по частям это…

а) методы нахождения производной
б) методы интегрирования
в) методы решения задачи Коши
г) все ответы верны

45. Производная от неопределенного интеграла равна…

а) подынтегральной функции
б) постоянной интегрирования
в) переменной интегрирования
г) любой функции

46. Неопределенный интеграл от алгебраической суммы двух или нескольких функций равен…

а) произведению интегралов этих функций
б) разности этих функций
в) алгебраической сумме их интегралов
г) интегралу частного этих функций

47. Определенный интеграл вычисляют по формуле…

а) $\int_A^B f(x)dx=F(a)-F(b)$

б) $\int_A^B f(x)dx=F(b)-F(a)$

в) $\int_A^B f(x)dx=F(a)+F(b)$

г) $\int_A^B f(x)dx=F(a)$

48. Определенный интеграл с одинаковыми пределами равен…

а) единице
б) бесконечности
в) нулю
г) указанному пределу

49. При перемене местами верхнего и нижнего пределов интегрирования определенный интеграл…

а) остается прежним
б) меняет знак
в) увеличивается в два раза
г) равен нулю

50. Если $y = f(x)(f(x) \geq 0),$ то площадь криволинейной трапеции, ограниченной этой линией, двумя прямыми $x=a$ и $x=b$ и отрезком оси абсцисс $a \leq x \leq b,$ вычисляется по формуле

а) $S = \int_a^b f(x)dx$

б) $S = \int_b^a f(x)dx$

в) $S = \int f(x)dx$

г) $S = f(x)\int_a^b dx$

51.Определенный интеграл $\int_1^2 4x^3 dx$ равен

а**)** 36; б**)**17; в**)**16; г**)**15

52. Множество всех первообразных функции y=5x^4 имеет вид
а) x^5 ;б) $5x^5 + C$; в) $x^5 + C$; г) $5x^3 + C$

53. Пусть задана функция нескольких переменных $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, тогда называются...
a) $x_1, x_2, \dots, x_n$ –независимыми переменными, а z – зависимой переменной
b) $x_1, x_2, \dots, x_n$ – зависимыми переменными, а z –независимой переменной
c) $x_1, x_2, \dots, x_n$ и z – зависимыми переменными d) $x_1, x_2, \dots, x_n$ и z – независимыми переменными
54. Графиком функции $z = f(x, y)$является...
a) поверхность b) линия c) гиперплоскость в n-мерном пространстве d) парабола
55. Частная производная функции $z = 2x^3 + y^2 - 2xy + 1$ по переменной x равна…
a) $\frac{\partial z}{\partial x} = 2y^2 - 2y$ b) $\frac{\partial z}{\partial x} = 6x^2 - 2y$ c) $\frac{\partial z}{\partial x} = x^2 + 2y - 2xy$ d) $\frac{\partial z}{\partial x} = x^2 - 2y$

Описание показателей и критериев оценивания на различных этапах их формирования описание шкал оценивания.

Промежуточная аттестация по дисциплине экзамен проводится в письменной форме виде тестирования.

Шкала оценивания: отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно.

Показатели, критерии и оценивание компетенций по этапам их формирования

Наименование темы	**Код компетенции**	**Критерии оценивания**	**Оценка**
1.Линейная алгебра	ОПК-6	Студент владеет знаниями, умениями и навыками в рамках дисциплины в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко	
2.Векторы на плоскости и в	ОПК-6		

пространстве		осмысливает дисциплину; знает определения, теоремы основных разделов высшей математики; подходы к решению задач из основных разделов высшей математики; умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделять в нем главное: устанавливать причинно-следственные связи; решает задачи повышенной сложности, хорошо знаком с основной литературой и методами исследования в объеме, необходимом для практической деятельности; увязывает теоретические аспекты предмета с практическими задачами; владеет знаниями основных принципов изучаемых наук; **способен выполнить более 80% тестовых заданий.** **способен выполнить более 65% тестовых заданий.** **способен выполнить более 50% тестовых заданий.** Студент не освоил обязательного минимума знаний, умений и навыков в рамках дисциплины, **выполняет менее 50% тестовых заданий**.	**отлично** **хорошо** **удовлетворительно** **неудовлетворительно**
3.Аналитическая геометрия	ОПК-6		
4.Введение в анализ	ОПК-6		
5.Дифференциальное исчисление функций одной переменной	ОПК-6		
6.Приложения производной к исследованию функций и построению графиков	ОПК-6		
7.Интегральное исчисление.	ОПК-6		
8.Анализ функций многих переменных.	ОПК-6		

4.4. Методические материалы

Изучение дисциплины завершается экзаменом (1 семестр), который проводится по всему её содержанию в форме тестирования. В самом начале учебного курса желательно ознакомиться со следующей учебно-методической документацией:

- программой дисциплины;
- перечнем знаний и умений, которыми студент должен владеть;
- тематическими планами лекций, практических занятий;
- контрольными мероприятиями;
- учебником, учебными пособиями по дисциплине, а также электронными ресурсами;

Непосредственная подготовка к экзамену осуществляется по вопросам, представленным в данной рабочей программе. Необходимо тщательно изучить формулировку каждого вопроса, вникнуть в его суть.

Необходимо отметить для себя пробелы в знаниях, которые следует ликвидировать в ходе подготовки, для чего возможно обратиться за консультацией к преподавателю.

В курсе «Высшая математика» изучаются основы математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач в социологических исследованиях;

В связи с этим студенты должны хорошо представлять себе роль и значение математических методов для решения практических задач; знать определения, теоремы основных разделов высшей математики; подходы к решению задач из основных разделов высшей математики.

В подавляющем большинстве студенты – это будущие социологи, аналитики, государственные и муниципальные служащие соответствующих отделов, менеджеры, чья деятельность связана с анализом данных различного типа. Поэтому студенты должны уметь применять методы математического анализа и моделирования социальных процессов, работать с математическими справочниками и ориентироваться в математическом аппарате, содержащемся в литературных источниках по специальности; использовать современные математические методы исследований для решения профессиональных задач, самостоятельно обрабатывать, интерпретировать и представлять результаты научно- исследовательской и профессиональной деятельности по установленным формам; оценивать применимость средств формального представления для различных типов социально-экономических данных.

Обучение по дисциплине «Высшая математика» предполагает изучение курса на аудиторных занятиях (лекционные, практические и лабораторные занятия), а также самостоятельной работы студентов. При изучении дисциплины «Высшая математика» рекомендуется пользоваться контрольными вопросами к каждой теме, программой курса, рекомендуемой основной и дополнительной литературой.

К каждой теме занятий студентам необходимо готовиться заранее. Для закрепления теоретического материала и получения практических навыков обучающиеся выполняют *домашние задания.* Выполнение домашних заданий призвано обратить внимание студентов на наиболее сложные, ключевые и дискуссионные аспекты изучаемой темы, помочь систематизировать и лучше усвоить пройденный материал.

Контроль самостоятельной работы студентов по выполнению домашних заданий осуществляется преподавателем с помощью выборочной и фронтальной проверок письменных и устных индивидуальных заданий на практических занятиях.

Консультации преподавателя для студентов проводятся в соответствии с утвержденным на кафедре графиком. Консультации могут быть индивидуальными или групповыми, проводиться в

соответствующих аудиториях или в информационно-образовательной среде вуза.

Студент допускается к промежуточной аттестации по дисциплине в случае выполнения им учебного плана по дисциплине: выполнения всех заданий и мероприятий, предусмотренных программой дисциплины (по формам текущего контроля).

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Обучение по дисциплине «Высшая математика» предполагает изучение курса на аудиторных занятиях (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы студентов.

Практические занятия дисциплины «Высшая математика» предполагают их проведение в различных формах с целью выявления полученных знаний, умений, навыков и компетенций с проведением контрольных мероприятий.

С целью обеспечения успешного обучения студент должен готовиться к лекции, она является важнейшей формой организации учебного процесса, поскольку:

- знакомит с новым учебным материалом;
- разъясняет учебные элементы, трудные для понимания;
- систематизирует учебный материал;
- ориентирует в учебном процессе.

Подготовка к лекции заключается в следующем:

- внимательно прочитайте материал предыдущей лекции;
- узнайте тему предстоящей лекции (по тематическому плану, по информации лектора);
- ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;
- постарайтесь уяснить место изучаемой темы в своей профессиональной подготовке;
- запишите возможные вопросы, которые вы зададите лектору на лекции.

Подготовка к практическим занятиям:

- внимательно прочитайте материал лекций относящихся к данному практическому занятию, ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;
- выпишите основные термины;
- ответьте на контрольные вопросы по практическим занятиям, готовьтесь дать развернутый ответ на каждый из вопросов;
- уясните, какие учебные элементы остались для вас неясными и постарайтесь получить на них ответ заранее (до занятия) во время текущих консультаций преподавателя;

– готовиться можно индивидуально, парами или в составе малой группы, последние являются эффективными формами работы;

– рабочая программа дисциплины в части целей, перечню знаний, умений, терминов и учебных вопросов может быть использована вами в качестве ориентира в организации обучения.

Самостоятельная работа студентов.

Это основной вид деятельности студента, включающий в себя изучение лекционного материала, учебников и учебных пособий, первоисточников, подготовку сообщений, выступления на групповых занятиях, выполнение заданий преподавателя.

Методика самостоятельной работы предварительно разъясняется преподавателем и в последующем может уточняться с учетом индивидуальных особенностей студентов. Время и место самостоятельной работы выбираются студентами по своему усмотрению с учетом рекомендаций преподавателя.

Самостоятельную работу над дисциплиной следует начинать с изучения программы, которая содержит основные требования к знаниям, умениям и навыкам обучаемых. Обязательно следует вспомнить рекомендации преподавателя, данные в ходе установочных занятий. Затем – приступать к изучению отдельных разделов и тем в порядке, предусмотренном программой.

Получив представление об основном содержании раздела, темы, необходимо изучить материал с помощью учебника. Целесообразно составить краткий конспект или схему, отображающую смысл и связи основных понятий данного раздела и включенных в него тем. Затем, как показывает опыт, полезно изучить выдержки из первоисточников. При желании можно составить их краткий конспект. Обязательно следует записывать возникшие вопросы, на которые не удалось ответить самостоятельно.

Подготовка к экзамену. К экзамену необходимо готовится целенаправленно, регулярно, систематически и с первых дней обучения по данной дисциплине. Попытки освоить дисциплину в период зачётно-экзаменационной сессии, как правило, показывают не слишком удовлетворительные результаты. В самом начале учебного курса познакомьтесь со следующей учебно-методической документацией:

– программой дисциплины;

– перечнем знаний и умений, которыми студент должен владеть;

– тематическими планами лекций, семинарских занятий;

– контрольными мероприятиями;

– учебником, учебными пособиями по дисциплине, а также электронными ресурсами;

После этого у вас должно сформироваться четкое представление об объеме и характере знаний и умений, которыми надо будет овладеть по дисциплине.

Систематическое выполнение учебной работы на лекциях и практических занятиях позволит успешно освоить дисциплину и создать хорошую базу для сдачи экзамена.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература

Сведения о наличии в библиотеке Филиала (основная литература)						
Данные об издании					Печатная форма (общее количество экземпляров в библиотеке Филиала) на 01 сентября 2017 г.	Ссылка на электронный ресурс (ЭБС филиала)
№ п/п	Автор	Название	Издательство	Год издания		
1	*Кремер, Н. Ш.*	Высшая математика для экономического бакалавриата : учебник и практикум / Н. Ш. Кремер ; под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп.	М.: Издательство Юрайт,	2014		https://www.biblio-online.ru/book/EDF405ED-E895-42DE-9744-ED48C83187DC
2	*Шипачев, В. С.*	Высшая математика : учебник и практикум / В. С. Шипачев. — 8-е изд., перераб. и доп.	М.: Издательство Юрайт,	2017		https://www.biblio-online.ru/book/EBCB26A9-BC88-4B58-86B7-B3890EC6B386
3	*Павлюченко, Ю. В.*	Высшая математика для гуманитарных направлений : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / Ю. В.	М.: Издательство Юрайт,	2016		https://www.biblio-online.ru/book/D2AEA1B2-6193-4204-BB49-896667D5F243

		Павлюченко, Н. Ш. Хассан ; под общ. ред. Ю. В. Павлюченко. — 4-е изд., перераб. и доп.				
4	*Седых, И. Ю.*	Высшая математика для гуманитарных направлений : учебник и практикум для академического бакалавриата / И. Ю. Седых, Ю. Б. Гребенщиков, А. Ю. Шевелев.	М.: Издательство Юрайт,	2017		https://www.biblio-online.ru/book/7443A856-19E3-4D36-A16C-CD53863517B5

6.2. Дополнительная литература

Сведения о наличии в библиотеке Филиала (дополнительная литература)						
Данные об издании					Печатная форма (общее количество экземпляров в библиотеке Филиала) на 01 сентября 2017 г.	Ссылка на электронный ресурс (ЭБС филиала)
№ п/п	Автор	Название	Издательство	Год издания		
1	Под ред. Н.Ш. Кремера	Высшая математика для экономистов: Учебник	М.: ЮНИТИ-ДАНА	2010	124	
2	Под ред. Н.Ш. Кремера	Высшая математика для экономистов: Практикум	М.: ЮНИТИ-ДАНА	2010	109	
3	Филонов А.Г.	Практикум по математике. Часть 1: Учебно-методическое пособие	Орел: Изд-во ОФ РАНХиГС	2012	71	
4	Под ред. А.Г. Филонова	Практикум по математике: часть 2: учебно-методическое пособие	Изд-во ОРАГС	2010	103	

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

1. Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики: Учебно-справочное пособие. –.: Высшее образование, 2007. –646с.
2. Солодовников А. С., Бабайцев В. А., Браилов А. В., Шандра

И. Г.. Математика в экономике. Учебник, Ч. 2. Математический анализ - М.: Финансы и статистика,2013. -560с.

3. Афонина Т.Н. Линейная алгебра. Учебно-методическое пособие. – Орел.: Изд-во ОФ РАХиГС, 2013–80с.

4. Афонина Т.Н. Приложение элементов линейной алгебры к задачам экономики и управления. Методические указания. — Орел: ОРАГС, 2000. — 64 с.

5. Дьяченко С.А. Математика: учебно-методическое пособие. – Орел.: Изд-во ОРАГС, 2007–72с.

6. Плис А.И., Сливина Н.А. MathCAD – Математический практикум для экономистов и инженеров: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 656 с.

6.4. Интернет-ресурсы

1. http://mon.gov.ru/ - официальный сайт Министерства образования и науки Российской Федерации
2. Официальный портал СИУ РАНХиГС. URL: orel.ranepa.ru.
3. URL: orel-ranepa.ru Электронная информационная образовательная среда на платформе Moodle
4. http://elibrary.ru/ - Научная электронная библиотека.
5. http://karataev.nm.ru/solvers - on-line решатели типовых задач: решение системы линейных алгебраических уравнений, квадратного уравнения, обращение матрицы и др.
6. http://www.mathtest.ru/ - on-line тесты по разным разделам математики для школьников и студентов начальных курсов.
7. http://www.mccme.ru/free-books/ - бесплатные электронные книги по различным направлениям математики и программирования.
8. http://www.school.edu.ru/ - Российский общеобразовательный портал. www.e.lanbook.com – Издательство «Лань». Электронно-биб-лиотечная система.
9. www.biblio-online.ru – Электронно-библиотечная система ЮРАЙТ.
10. www.rsl.ru – Российская Государственная Библиотека.
11. www.nnir.ru – Российская национальная библиотека.
12. www.nns.ru – Национальная электронная библиотека.
13. www.rsi.ru – Российская государственная библиотека.
14. www.aport.ru – Поисковая система
15. www.rambler.ru – Поисковая система
16. www.yandex.ru – Поисковая система.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Материально-техническая база

Вид помещения	Оборудование
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Комплекты ученической мебели Мультимедийный проектор Доска Экран
Учебные аудитории для проведения занятий практического (семинарского) типа и/или лабораторных работ (практикумов)	Комплекты ученической мебели Мультимедийный проектор Доска Экран Компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и ЭИОС СИУ РАНХиГС
Учебные аудитории для текущего контроля и промежуточной аттестации	Комплекты ученической мебели Мультимедийный проектор Доска Экран Компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и ЭИОС СИУ РАНХиГС
Помещения для самостоятельной работы	Комплекты ученической мебели Мультимедийный проектор Доска Экран Компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и ЭИОС СИУ РАНХиГС

Перечень программного обеспечения

Наименование программного обеспечения	Назначение и тип лицензии программного обеспечения
7-Zip	Архиватор с высокой степенью сжатия Свободная лицензия
Adobe reader – Russian	Просмотр, печать и внесение аннотаций в документы PDF. Свободная лицензия
Adobe Acrobat Reader DC– Russian	Чтение, печать и рецензирование файлов PDF. Свободная лицензия
Expert Decide (собственная разработка)	Система авторами отнесена к классу систем поддержки принятия решений (СППР). Свободная лицензия
Google Chrome	Браузер Свободная лицензия
Mozilla FireFox	Браузер. Свободная лицензия
Opera	Браузер. Свободная лицензия
Word Tabulator	Предназначена для анализа текстов в среде MS Windows. Свободная лицензия
Yandex Браузер	Браузер

	Свободная лицензия
Apache Open Office	Свободный пакет офисных приложений. Свободная лицензия
SPSS Statistics 22 for Windows	Компьютерная программа для статистической обработки данных, предназначенных для проведения прикладных исследований в социальных науках. Лицензированная версия
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Антивирус – Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition. 250499 Node 2 year Educational Renewal License – лицензия до 2018-01-03 Лицензированная версия
Windows XP Professional Windows 7 Professional Windows 8 Pro Windows 8.1 Pro	Операционные системы. Лицензированная версия
Office Professional Plus 2007 (Access 2007, Communicator 2007, Excel 2007, InfoPath 2007, Outlook 2007, PowerPoint 2007, Publisher 2007, Word 2007) Office Professional Plus 2010 (Microsoft Excel 2010, Microsoft Outlook 2010, Microsoft PowerPoint 2010, Microsoft Word 2010, Microsoft Access 2010, Microsoft InfoPath 2010, Microsoft Communicator, Microsoft Publisher 2010, Microsoft OneNote 2010, Microsoft SharePoint Workspace 2010) Office Standard 2007 Word 2007, Excel 2007, PowerPoint 2007, Outlook 2007) Office Standard 2010 Word 2010, Excel 2010, PowerPoint 2010, OneNote 2010, Outlook 2010, Publisher 2010) Office Standard 2013 (Microsoft Office Word 2013, Microsoft Excel 2013,	Пакет офисных приложений. Лицензированная версия

Microsoft PowerPoint 2013, Microsoft OneNote 2013, Microsoft Publisher 2013, Microsoft Outlook 2013)	
СПС Консультант Плюс	Справочно-правовая система. Лицензированная версия.